

VI

ANALISIS KESALAHAN

Deskripsi : Bab ini memberikan gambaran tentang analisis kesalahan dan kepekaan pada sistem kendali yang terdiri dari koefisien kesalahan statik, koefisien kesalahan dinamik dan analisis kepekaan sistem

Objektif : Memahami bab ini akan mempermudah pembaca untuk memahami prinsip-prinsip analisis kesalahan dan kepekaan pada sistem kendali.

6.1 Pendahuluan

Karakteristik tanggapan peralihan merupakan ciri performansi penting dari sistem kendali. Ciri penting lainnya adalah kesalahan sistem. Kesalahan dalam suatu sistem kendali dapat disebabkan oleh beberapa faktor. Perubahan masukan acuan akan menimbulkan kesalahan yang tidak dapat dihindari selama periode peralihan dan dapat juga menimbulkan kesalahan dalam keadaan tunak. Ketidaksempurnaan komponen sistem seperti gesekan statik, "*backslash*" dan drift penguat maupun penuaan atau pemburukan akan menimbulkan kesalahan keadaan tunak. Kesalahan keadaan tunak merupakan ukuran ketelitian suatu sistem kendali. Performansi keadaan tunak suatu sistem kendali yang bersifat stabil biasanya dinilai dari kesalahan keadaan tunak yang disebabkan oleh masukan undak, laju maupun percepatan.

Sudah menjadi sifatnya bahwa setiap sistem kendali fisik mempunyai kesalahan keadaan tunak dalam memberikan respon terhadap jenis-jenis masukan tertentu. Suatu sistem mungkin bebas dari kesalahan keadaan tunak terhadap masukan undak tetapi sistem yang sama mungkin menunjukkan kesalahan keadaan tunak terhadap masukan laju. Ada atau tidaknya kesalahan keadaan tunak suatu sistem untuk suatu jenis masukan tergantung pada jenis fungsi alih lingkaran terbuka.

6.2 Koefisien Kesalahan Statik

Koefisien kesalahan statik didefinisikan sebagai ukuran kebaikan sistem kendali. Semakin tinggi koefisien ini maka kesalahan keadaan tunaknya semakin kecil. Pada suatu sistem yang diberikan, keluarannya dapat berupa posisi, kecepatan, tekanan, temperatur dan sebagainya. Akan tetapi, bentuk fisik keluaran tidak penting dalam analisis ini karena itu keluaran posisi, laju perubahan keluaran "kecepatan" dan sebagainya. Ini berarti bahwa pada sistem pengendalian temperatur, "posisi" menyatakan temperatur keluaran, "kecepatan" menyatakan laju perubahan temperatur dan sebagainya

Selain itu besar kesalahan keadaan tunak yang disebabkan oleh masing-masing masukan merupakan indikasi kebaikan sistem. Tinjau fungsi alih lingkaran terbuka berikut

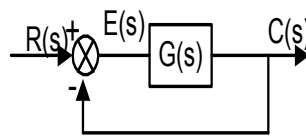
$$G(s)H(s) = G(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{s^N(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_k)} \quad (6.1)$$

Ketentuan

- $k + n > m$
- $z_1, z_2, z_3, \dots, z_m$ adalah zero dari $G(s) \neq 0$
- $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$ adalah pole dari $G(s) \neq 0$

Fungsi alih pada persamaan (6.1) melibatkan bentuk s^n pada penyebutnya dimana menyatakan pole rangkap N di titik asal. Pola klasifikasi yang sekarang ini didasarkan pada banyaknya integrasi yang ditunjukkan oleh fungsi alih lingkaran terbuka. Sistem disebut tipe 0, tipe 1, tipe 2..... masing-masing jika $N = 0$, $N = 1$, $N = 2$ Jika angka tipe diperbesar maka ketelitian menjadi semakin baik akan tetapi membesarnya angka tipe akan memperburuk persoalan kestabilan. Kompromi antara ketelitian keadaan tunak dan kestabilan relatif selalu diperlukan. Dalam praktek jarang sekali dijumpai sistem tipe 3 atau lebih tinggi karena biasanya sulit untuk mendisain sistem stabil yang mempunyai lebih dari dua integrasi pada lintasan umpan maju.

Kesalahan keadaan tunak. Tinjau sistem lingkaran tertutup berikut ini



Gambar 6.1 Diagram Blok Sistem Lingkaran Tertutup

Fungsi alih lingkaran tertutup

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (6.2)$$

Fungsi alih antara sinyal masukan kesalahan penggerak $e(t)$ dan sinyal masukan $r(t)$ adalah

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad (6.3)$$

Dimana sinyal kesalahan penggerak $e(t)$ adalah selisih antara sinyal masukan dan sinyal umpan balik. Dengan menggunakan teorema harga akhir dapat ditentukan performansi keadaan tunak sistem stabil karena $E(s)$ adalah

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s) \quad (6.4)$$

Maka sinyal kesalahan penggerak keadaan tunaknya adalah

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (6.5)$$

Koefesien kesalahan posisi statik (K_p). Kesalahan penggerak keadaan tunak sistem untuk masukan undak satuan adalah

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + G(0)H(0)} \quad (6.6)$$

Koefesien kesalahan posisi statik (K_p) didefinisikan sebagai

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = G(0)H(0) \quad (6.7)$$

Jadi kesalahan penggerak keadaan tunak dalam bentuk koefesien kesalahan posisi statik (K_p) dinyatakan

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} \quad (6.8)$$

Untuk sistem tipe 0

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_k)} = K \quad (6.9)$$

Untuk sistem tipe 1 atau lebih tinggi

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{s^N (s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_k)} = \infty \quad (6.10)$$

untuk $N \geq 1$.

Jadi untuk sistem tipe 0, koefesien kesalahan posisi statik (K_p) adalah terhingga, sedangkan untuk tipe 1 atau lebih tinggi koefesien kesalahan posisi statik (K_p) tak terhingga. Untuk masukan undak satuan, kesalahan penggerak keadaan tunak (e_{ss}) dapat diringkas sebagai berikut

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} \quad (6.11)$$

$$e_{ss} = 0 \quad (6.12)$$

Dari analisis diatas terlihat bahwa tanggapan sistem kendali berumpan balik satu terhadap masukan undak satuan mempunyai kesalahan keadaan tunak jika tidak ada integrasi pada lintasan umpan maju. Jika diinginkan kesalahan keadaan tunak nol untuk masukan undak satuan maka tipe sistem harus satu atau lebih tinggi.

Koefesien kesalahan kecepatan statik (K_v). Kesalahan penggerak keadaan tunak sistem dengan masukan laju satuan dinyatakan sebagai

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)H(s)} \quad (6.13)$$

Koefesien kesalahan kecepatan statik (K_v) didefinisikan sebagai

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) \quad (6.14)$$

Jadi kesalahan penggerak keadaan tunak dalam bentuk koefesien kesalahan kecepatan statik (K_v) dinyatakan sebagai

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \quad (6.15)$$

Istilah kesalahan kecepatan digunakan untuk menyatakan kesalahan keadaan tunak terhadap masukan laju satuan. Dimensi kesalahan kecepatan adalah sama dengan kesalahan sistem. Jadi kesalahan kecepatan bukan merupakan kesalahan dalam kecepatan tetapi merupakan kesalahan posisi yang ditimbulkan oleh masukan laju satuan

Untuk sistem tipe 0,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_k)} = 0 \quad (6.16)$$

Untuk sistem tipe 1,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{s(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_k)} = K \quad (6.17)$$

Untuk sistem tipe 2 atau lebih tinggi,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{s^N(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_k)} = \infty \quad (6.18)$$

untuk $N \geq 2$

Analisis diatas menunjukkan bahwa sistem tipe 0 tidak dapat mengikuti masukan laju satuan pada keadaan tunak. Sistem tipe 1 dengan umpan balik satu dapat mengikuti masukan laju satuan dengan kesalahan terhingga. Pada operasi keadaan tunak, kecepatan keluaran tepat sama dengan kecepatan masukan, tetapi ada kesalahan posisi. Kesalahan ini sebanding dengan kecepatan masukan dan berbanding terbalik dengan penguatan K

Koefesien kesalahan percepatan statik (K_a). Kesalahan penggerak keadaan tunak sistem dengan masukan parabolik satuan dinyatakan sebagai

$$r(t) = \frac{t^2}{2} \quad \text{untuk } t \geq 0 \text{ dan } r(t) = 0 \text{ untuk } t < 0 \quad (6.19)$$

Dinyatakan sebagai

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 G(s)H(s)} \quad (6.20)$$

Koefesien kesalahan percepatan statik (K_a) didefinisikan sebagai

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) \quad (6.21)$$

Jadi kesalahan penggerak keadaan tunak dalam bentuk koefesien kesalahan percepatan statik (K_a) dinyatakan sebagai

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} \quad (6.22)$$

Perhatikan bahwa kesalahan percepatan, kesalahan keadaan tunak yang ditimbulkan oleh masukan parabolik adalah kesalahan posisi. Harga K_a diperoleh berikut

Untuk sistem tipe 0,

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_k)} = 0 \quad (6.23)$$

Untuk sistem tipe 1,

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{s(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_k)} = 0 \quad (6.24)$$

Untuk sistem tipe 2,

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{s^2 (s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_k)} = K \quad (6.25)$$

Untuk sistem tipe 3,

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{s^N (s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_k)} = \infty \quad (6.26)$$

untuk $N \geq 3$

Jadi kesalahan penggerak keadaan tunak untuk masukan parabolik satuan

$$e_{ss} = \infty \quad \text{untuk sistem tipe 0 dan tipe 1}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K} \quad \text{untuk sistem tipe 2}$$

$$e_{ss} = 0 \quad \text{untuk sistem tipe 3 atau lebih tinggi}$$

Terlihat bahwa baik sistem tipe 0 maupun tipe 1 tidak mampu mengikuti masukan parabolic pada keadaan tunak. Sistem tipe 2 dengan umpan balik satu dapat mengikuti masukan parabolik dengan sinyal kesalahan penggerak terhingga. Tabel 6.1 berikut merupakan ringkasan kesalahan keadaan tunak sistem tipe 0, tipe 1 dan tipe jika dikenai beberapa macam masukan. Harga terhingga kesalahan keadaan tunak tampak pada garis diagonal. Di atas diagonal ini kesalahan keadaan tunaknya tidak terhingga sedangkan di bawah diagonal ini kesalahan keadaan tunaknya nol.

Tabel 6.1 Kesalahan Keadaan Tunak Dalam Bentuk Penguatan K

	Masukan undak	Masukan Laju	Masukan Percepatan
Sistem Tipe 0	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Sistem Tipe 1	0	$\frac{1}{K}$	∞
Sistem Tipe 2	0	0	$\frac{1}{K}$

Koefesien kesalahan K_p , K_v dan K_a menggambarkan kemampuan sistem untuk memperkecil atau menghilangkan kesalahan keadaan tunak. Untuk itu, koefesien-koefesien tersebut merupakan indikasi performansi kesalahan keadaan tunak. Biasanya diinginkan untuk memperbesar koefesien kesalahan dengan menjaga respon peralihan dalam daerah yang masih dapat diterima. Selain itu untuk memperbaiki performansi keadaan tunak, dapat dilakukan dengan menaikkan tipe sistem dengan menambah satu integrator atau lebih pada lintasan umpan maju.

Contoh 6.1 :

Diketahui : $G(s) = \frac{K}{s(s+2)}$ dan $H(s) = \frac{s+1}{s+3}$ (6.27)

Tentukan

- Tipe sistem
- $c(t)_{ss}$ bila masukannya undak satuan
- K_p , K_v dan K_a untuk $K = 10$
- $e(t)_{ss}$ bila masukannya undak satuan, laju satuan dan parabolik satuan untuk $K = 10$

Jawab :

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)} \quad (6.28)$$

$$H(s) = \frac{s+1}{s+3} \quad (6.29)$$

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)} \quad (6.30)$$

a. Sistem tipe 1

b. Untuk $c(t)_{ss}$

$$c(t)_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (6.31)$$

$$c(t)_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(s+3)}{s(s+2)(s+3)+K(s+1)} = \frac{3K}{K} = 3 \quad (6.32)$$

d.
$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)} = \frac{K}{0} = \infty \quad (6.33)$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(s+1)}{s(s+2)(s+3)} = \frac{K}{6} = \frac{10}{6} \quad (6.34)$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2K(s+1)}{s(s+2)(s+3)} = 0 \quad (6.35)$$

e. Untuk masukan undak satuan diperoleh

$$e(t)_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+\infty} = 0 \quad (6.36)$$

Untuk masukan laju satuan diperoleh

$$e(t)_{ss} = \frac{1}{K} = \frac{6}{10} = 0.60 \quad (6.37)$$

Untuk masukan parabolik diperoleh

$$e(t)_{ss} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{0} = \infty \quad (6.38)$$

Listing program Matlab

```
clc
clear all
close all
% Contoh Soal 6-1
num = [ 0 0 10 10];
den = [ 1 5 6 0];
%
errortf(num,den)
```

Hasil program

System type is 1

Error Constants:

Kp	Kv	Ka
Inf	1.6667	0

Steady-state Errors:		
Step	Ramp	Parabolic
0	0.6000	Inf

Dengan cara lain dapat dilakukan sebagai berikut

Listing program Matlab

```
clc
clear all
close all
% Contoh Soal 6-1
z = -1;
p = [ 0; -2; -3];
k = 10;
%
errorzp(z,p,k)
```

Hasil program

System type is 1

Error Constants:		
Kp	Kv	Ka
Inf	1.6667	0

Steady-state Errors:		
Step	Ramp	Parabolic
0	0.6000	Inf

6.3 Koefisien Kesalahan Dinamik

Suatu karakteristik dari definisi koefisien kesalahan statik adalah bahwa hanya satu koefisien-koefisien suatu sistem yang mempunyai harga terhingga. Koefisien yang lain sama dengan nol atau tidak terhingga. Kesalahan keadaan tunak yang diperoleh dengan koefisien-koefisien kesalahan statik adalah nol, harga tidak nol terhingga atau tidak terhingga. Jadi variasi kesalahan terhadap waktu tidak dapat diperoleh dengan menggunakan koefisien-koefisien semacam itu. Untuk menentukan koefisien kesalahan dinamik dilakukan dengan membagi polinomial pembilang dari $E(s)/R(s)$ dengan polinomial penyebutnya. $E(s)/R(s)$ dapat diuraikan menjadi deret pangkat naik dari s berikut

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}s + \frac{1}{k_3}s^2 + \dots \quad (6.39)$$

Koefesien-koefesien k_1, k_2, k_3, \dots dari deret pangkat didefinisikan sebagai koefesien kesalahan dinamik. Jadi

- k_1 : Koefesien kesalahan posisi dinamik
- k_2 : Koefesien kesalahan kecepatan dinamik
- k_3 : Koefesien kesalahan percepatan dinamik

Contoh 6.2 :

Sistem kontrol umpan balik satu dengan fungsi alih umpan maju berikut

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s} \quad (6.40)$$

Tentukan

- a. Koefesien kesalahan posisi dinamik (k_1)
- b. Koefesien kesalahan kecepatan dinamik (k_2)
- c. Koefesien kesalahan percepatan dinamik (k_3)

Jawab :

Dari persamaan (6.40) diperoleh

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 2\zeta\omega_n s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.41)$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{\frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}} \quad (6.42)$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \left(\frac{1 - 4\zeta^2}{\omega_n^2} \right) s^2 + \dots \quad (6.43)$$

Dengan demikian diperoleh

$$k_1 = \infty \quad (6.44)$$

$$k_2 = \frac{\omega_n}{2\zeta} \quad (6.45)$$

$$k_3 = \frac{\omega_n^2}{1 - 4\zeta^2} \quad (6.46)$$

Jika dilakukan analisis serupa untuk sistem orde tinggi dapat ditunjukkan bahwa untuk suatu tipe N, koefesien kesalahan dinamik diberikan oleh

$$k_{n+1} = \infty \quad \text{untuk } n < N \quad (6.47)$$

$$k_{n+1} = \lim s^N G(s) \text{ untuk } n = N \quad (6.48)$$

Dimana $n = 0, 1, 2, \dots$ harga-harga k_{n+1} untuk $n > N$ ditentukan dari hasil pengurangan $E(s)/R(s)$ disekitar titik asal. Kelebihan koefisien kesalahan dinamik menjadi lebih jelas jika $E(s)$ ditulis dalam bentuk berikut

$$E(s) = \frac{1}{k_1} R(s) + \frac{1}{k_2} sR(s) + \frac{1}{k_3} s^2 R(s) + \dots \quad (6.49)$$

Daerah konvergensi deret ini adalah sekitar $s = 0$. Ini berkaitan dengan $t = \infty$ dalam wawasan waktu. Dengan asumsi semua syarat awal sama dengan nol dan mengabaikan impuls pada $t = 0$ kesalahan keadaan tunak diberikan dengan bentuk berikut

$$\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[\frac{1}{k_1} r(t) + \frac{1}{k_2} \dot{r}(t) + \frac{1}{k_3} \ddot{r}(t) + \dots \right] \quad (6.50)$$

Jadi kesalahan keadaan tunak yang ditimbulkan oleh fungsi masukan dan turunannya tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk koefisien kesalahan dinamiknya.

Contoh 6.3 :

Sistem kendali berumpan balik satu yang mempunyai fungsi alih umpan maju sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)} \quad (6.51)$$

Tentukan

- koefisien kesalahan dinamik sistem
- Kesalahan keadaan tunak terhadap masukan yang didefinisikan sebagai :
 $r(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$

Jawab :

Untuk sistem berikut

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} = \frac{s^2 + s}{s^2 + s + 10} \quad (6.52)$$

Didapatkan

$$E(s) = 0.1sR(s) + 0.09s^2R(s) - 0.019s^3R(s) + \dots \quad (6.53)$$

Dalam kawasan waktu, diperoleh kesalahan keadaan tunak menjadi

$$\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{t \rightarrow 0} [0.1\dot{r}(t) + 0.09\ddot{r}(t) - 0.019\ddot{\ddot{r}}(t) + \dots] \quad (6.54)$$

Koefisien kesalahan dinamik adalah

$$k_1 = \infty \quad (6.55)$$

$$k_2 = \frac{1}{0.1} = 10 \quad (6.56)$$

$$k_3 = \frac{1}{0.09} = 11.10 \quad (6.57)$$

Karena $r(t)$ diberikan sebagai

$$r(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (6.58)$$

Diperoleh

$$\dot{r}(t) = a_1 + 2a_2 t \quad (6.59)$$

$$\ddot{r}(t) = 2a_2 \quad (6.60)$$

$$\ddot{\ddot{r}}(t) = 0 \quad (6.61)$$

Selanjutnya kesalahan keadaan tunaknya adalah

$$\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{t \rightarrow 0} [0.1(a_1 + 2a_2 t) + 0.09(2a)] \quad (6.62)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{t \rightarrow 0} [0.1a_1 + 0.18a_2 + 0.2a_2 t] \quad (6.63)$$

Dari analisis diatas terlihat bahwa jika $E(s)/R(s)$ diuraikan disekitar titik asal menjadi suatu deret pangkat maka koefesien-koefesien deret tersebut menunjukkan kesalahan keadaan dinamik sistem jika diberikan masukan yang berubah secara perlahan-lahan. Koefesien kesalahan dinamik memberikan cara sederhana dalam menaksir sinyal kesalahan terhadap masukan sembarang dan kesalahan keadaan tunak tanpa menyelesaikan persamaan diferensial sistem.

6.4 Analisis Kepekaan Sistem

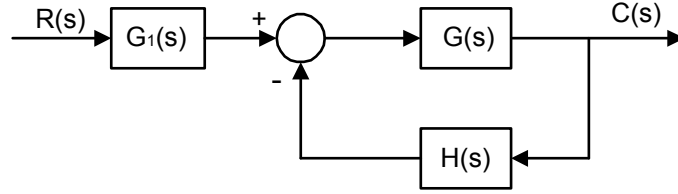
Kepekaan adalah ketergantungan sistem keseluruhan terhadap perubahan subsistemnya. Untuk itu didefinisikan suatu ukuran kepekaan sistem. Sistem diwakili oleh fungsi alih sistem keseluruhan T dan subsistem oleh fungsi alih subsistem tersebut G_i . Kepekaan juga didefinisikan sebagai perbandingan antara perubahan relatif dari T dan perubahan relatif dari G_i dan ditulis S_{Gi}^T .

$$S_{Gi}^T = \frac{\Delta T / T}{\Delta G_i / G_i} \quad (6.64)$$

atau bila diambil limitnya, bentuk di atas menjadi bentuk diferensial

$$S_{Gi}^T = \frac{dT / T}{dG_i / G_i} = \frac{G_i}{T} \cdot \frac{dT}{dG_i} \quad (6.65)$$

Untuk memberikan ilustrasi tentang kepekaan ini, sebuah sistem kendali yang dinyatakan oleh diagram blok berikut



Gambar 6.2 Diagram Blok Sistem Lingkaran Tertutup Model I

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (6.66)$$

Akan dilihat kepekaan sistem terhadap perubahan G_1 , G , dan H .

a. Terhadap perubahan $G_1(s)$

$$S_{G_1}^T = \frac{G_1}{T} \cdot \frac{dT}{dG_1} = \frac{G_1}{T} \cdot \frac{G}{1 + GH} = \frac{G_1}{\frac{G_1 G}{1 + GH}} \cdot \frac{G}{1 + GH} = 1 \quad (6.67)$$

Perubahan relatif dari T akan sama dengan perubahan relatif dari G_1 .

b. Terhadap perubahan $H(s)$

$$S_H^T = \frac{H}{T} \cdot \frac{dT}{dH} \quad (6.68)$$

$$\frac{dT}{dH} = -\frac{G_1 G^2}{(1 + GH)^2} \quad (6.69)$$

$$S_H^T = -\frac{H}{T} \cdot \frac{G_1 G^2}{(1 + GH)^2} \quad (6.70)$$

$$S_H^T = -\frac{H}{\frac{G_1 G}{1 + GH}} \cdot \frac{G_1 G^2}{(1 + GH)^2} = -\frac{GH}{1 + GH} \quad (6.71)$$

Bila $GH \leq 1$ maka $S_H^T \approx -1$ atau perubahan relatif T sama dengan perubahan relatif H (dalam arah berlawanan).

c. Terhadap perubahan $G(s)$

$$S_G^T = \frac{G}{T} \cdot \frac{dT}{dG} \quad (6.72)$$

$$\frac{dT}{dG} = \frac{G_1(1 + GH) - HG_1 G}{(1 + GH)^2} = \frac{G_1}{(1 + GH)^2} \quad (6.73)$$

$$S_G^T = \frac{G}{T} \cdot \frac{G_1}{(1 + GH)^2} = \frac{\frac{G}{G_1 G}}{1 + GH} \cdot \frac{G_1}{(1 + GH)^2} = \frac{1}{1 + GH} \quad (6.74)$$

Bila $GH \leq 1$ maka $S_G^T \ll 1$ atau perubahan relatif T sangat kecil dibandingkan dengan perubahan relatif G .

Hasil-hasil di atas cukup menarik, yaitu dalam perancangan sistem kendali, subsistem G_i dan H harus cukup kritis, karena perubahan relatif padanya akan mengakibatkan perubahan relatif yang sama besar pada sistem keseluruhan. Oleh karena itu, G_i dan H harus merupakan peralatan-peralatan yang baik, teliti, dan stabil terhadap perubahan-perubahan dari luar, seperti temperatur, waktu, dan sebagainya. Untuk elemen arah maju G ternyata tidak perlu terlalu baik karena ketergantungan padanya cukup kecil. Tentu saja asal GH cukup besar.

Contoh 6.4 : Untuk sistem berikut ini

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)} \quad (6.75)$$

$$H(s) = \frac{s+1}{s+3} \quad (6.76)$$

Tentukan kepekaan fungsi alih terhadap K

Jawab :

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)} \quad (6.77)$$

$$H(s) = \frac{s+1}{s+3} \quad (6.78)$$

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)} \quad (6.79)$$

$$TF = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+2)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)} \cdot \frac{s+1}{s+3}} = \frac{K(s+3)}{s(s+2)(s+3) + K(s+1)} = T(s) \quad (6.80)$$

Kepekaan TF terhadap K

$$S_K^T = \frac{K}{T} \cdot \frac{dT}{dK} = \frac{K}{T} \cdot \frac{dT}{dG} \cdot \frac{dG}{dK} \quad (6.81)$$

$$S_K^T = \frac{\frac{K}{G(s)}}{1 + G(s)H(s)} \cdot \left(\frac{1}{(1 + G(s)H(s))^2} \right) \left(\frac{1}{s(s+2)} \right) \quad (6.82)$$

$$S_K^T = \frac{K}{\frac{K}{s(s+2)} (1 + \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)})} \cdot \frac{1}{s(s+2)} \quad (6.83)$$

$$S_K^T = \frac{1}{1 + \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)}} \quad (6.84)$$

$$S_K^T = \frac{s^3 + 5s^2 + 6}{s^3 + 5s^2 + (6+K)s + K} \quad (6.85)$$

6.5 Rangkuman

Kesalahan adalah selisih antara harga yang diinginkan terhadap harga yang tercatat secara aktual sedangkan kesalahan dalam keadaan tunak adalah selisih antara keluaran dan masukan bila semua efek peralihan telah menghilang. Kesalahan ini bergantung pada dua hal yaitu jenis masukan dan tingkatan sistem kendali. Untuk menentukan kesalahan perlu diketahui sifat-sifat sinyal masukan tetapi dalam kebanyakan keadaan praktis bentuk matematis sinyal masukan sukar diketahui sebagai fungsi waktu. Dalam keadaan seperti ini dimana bentuk matematis sulit ditentukan maka dalam perancangan yang dilakukan adalah mempelajari sifat-sifat sistem tersebut bila sinyal masukan diubah-ubah secara khusus. Masukan sendiri dapat dipengaruhi oleh berbagai parameter seperti temperatur, arah, tekanan dan lain-lain bergantung pada sasaran pengendalian. Umumnya untuk mengubah masukan dalam hubungannya untuk mempelajari karakteristik kesalahan keadaan tunak terdapat tiga cara yaitu memasukkan masukan berupa fungsi undak satuan, fungsi laju satuan dan fungsi parabolik. Dengan mempelajari respon terhadap ketiga jenis masukan ini kesalahan sistem dapat diramalkan